Zeitdilatation und Längenkontraktion

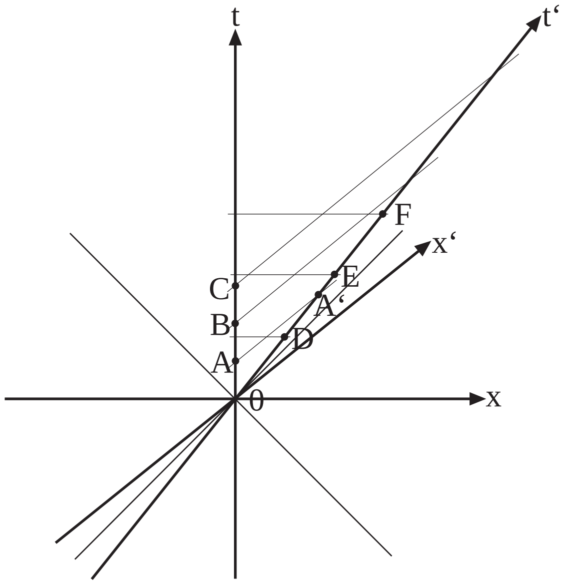
Raumzeit-Diagramme eignen sich dazu, die Effekte der Speziellen Relativitätstheorie qualitativ erklären und scheinbare Paradoxa auflösen zu können.
Wir befassen uns hier mit der Zeitdilatation und der Längenkontraktion.

Wir betrachten zwei Inertialsysteme S und S‘. S‘ möge sich bezüglich S mit 0,8c nach rechts bewegen. Dadurch schließen im Raumzeit-Diagramm die t- und die t‘-Achse bzw. die x- und die x‘-Achse jeweils einen Winkel von ungefähr 38,66° ein (nächste Abbildung).

Wir betrachten eine Uhr U_1, die bei x = 0 in S ruht und dort jede Sekunde „tick“ macht. Die Ereignisse 0, A, B, C stellen jeweils ein Tick dar. In S vergeht von jedem Tick zum nächsten eine Zeitspanne von einer Sekunde. In S‘ vergeht nach der Formel für die Zeitdilatation von jedem Tick zum nächsten eine Zeitspanne von rund 1,67 Sekunden. Während die Uhr U_1 in S jede Sekunde tickt, tickt sie in S‘ nur alle 1,67 Sekunden. Die Uhr U_1 geht also in S‘ langsamer als in S.

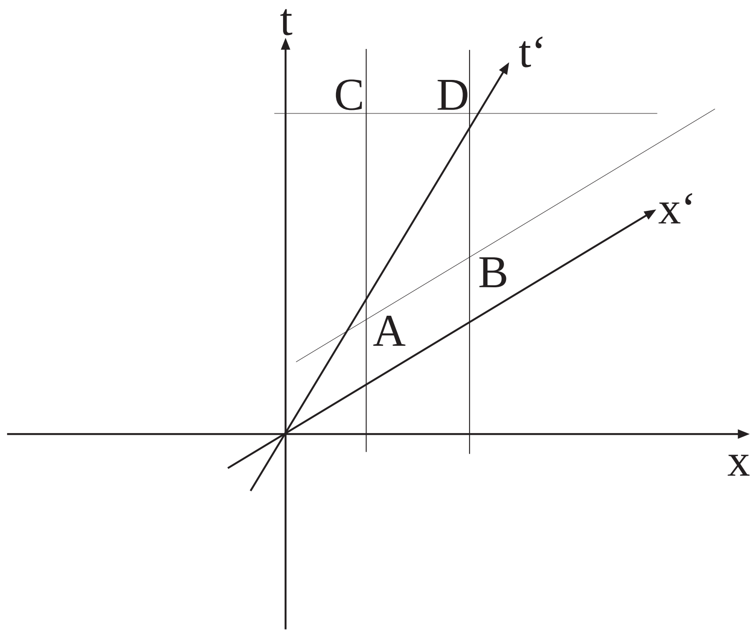
Wir betrachten nun eine baugleiche Uhr U_2, die bei x‘ = 0 in S‘ ruht und dort jede Sekunde „tick“ macht. Zunächst müssen wir jene Ereignisse finden, die die Ticks der Uhr U_2 beschreiben. Die Parallele zur x‘-Achse schneidet die t‘-Achse in einem Ereignis A‘, das in S‘ 1,67 Sekunden später stattfindet als 0, da das erste Tick von U_1 in S‘ 1,67 Sekunden später stattfindet als 0. Das Ereignis auf der t‘-Achse, welches in S‘ eine Sekunde später stattfindet als 0, findet man also dadurch, dass man die Länge von 0 nach A‘ durch 1,67 dividiert und das Ergebnis als Länge von 0 auf der t‘-Achse aufträgt. So erhält man das Ereignis D.

Das Ereignis D findet in S‘ eine Sekunde später statt als 0. Die Ereignisse 0, D, E, F beschreiben das Ticken der Uhr U_2. Von einem Tick zum nächsten vergeht in S‘ eine Zeitspanne von einer Sekunde. Wenn wir wissen wollen, welche Zeitspanne in S zwischen zwei Ticks von U_2 vergeht, müssen wir die Zeitdifferenz auf der t-Achse ablesen: Es sind 1,67 Sekunden. Die Uhr U_2 tickt in S‘ jede Sekunde und in S alle 1,67 Sekunden. Die Uhr U_2 geht in S langsamer als in S‘.



Die Situation ist wechselbezüglich: Die jeweils bewegt Uhr geht langsamer als die jeweils ruhende Uhr. Von einem Tick zum nächsten der jeweils bewegten Uhr liest man auf der jeweils ruhenden Uhr eine Zeitspanne von 1,67 Sekunden ab.

Wir messen die Länge eines Stabes, der im System S ruht, im System S‘, welches sich von S aus gesehen nach rechts bewegt. Die beiden Weltlinien im nächsten Raumzeit-Diagramm parallel zur t-Achse sind die Weltlinien seines linken und seines rechten Endes. Um in S die Länge des Stabes zu messen, misst man in S gleichzeitig den räumlichen Abstand des linken und des rechten Endes. Im Raumzeit-Diagramm liegen diese Ereignisse auf einer Parallelen zur x-Achse. Um in S‘ die Länge des Stabes zu messen, misst man in S‘ gleichzeitig den räumlichen Abstand des linken und des rechten Endes. Im Raumzeit-Diagramm liegen diese Ereignisse auf einer Parallelen zur x‘-Achse. Offensichtlich misst man in verschiedenen Systemen verschiedene Längen.



Die verschiedenen Längen kommen dadurch zustande, dass die Ereignisse A und B, durch die die Länge des Stabes in S‘ gemessen wird, zwar in S‘ gleichzeitig sind, jedoch nicht in S. Von S aus betrachtet schaut die Messung in S‘ so aus: Zuerst legt man das linke Endes des Stabes an den Nullpunkt eines Lineals an, dann lässt man das Lineal noch einige Zeit am Stab nach rechts vorbeifahren und dann liest man beim rechten Ende des Stabes auf dem Lineal seine Länge ab.

Dass dadurch in S‘ eine kürzere Länge gemessen wird als in S verwundert in S niemanden. Nur der Begriff der Gleichzeitigkeit von S‘ löst in S Erstaunen aus. Über den Gleichzeitigkeitsbegriff kann man sich zwischen S und S‘ aber nicht einigen. Denn Gleichzeitigkeit gibt es immer nur in Bezug auf ein Koordinaten-system. Jedes System hat seinen eigenen Gleichzeitigkeitsbegriff.