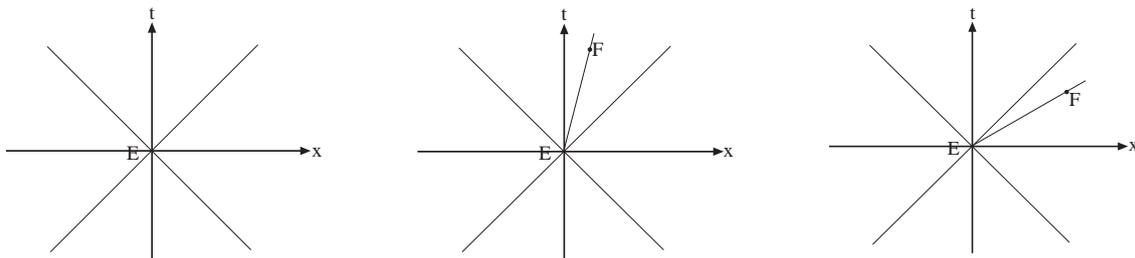


Die Kausalstruktur der Raumzeit

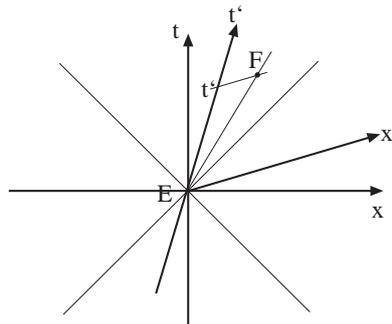
Wir betrachten den **Lichtkegel eines Ereignisses E**. Wir wählen das Koordinatensystem so, dass sich E im Ursprung dieses Koordinatensystems befindet (nächste Abbildung links). Jedes Ereignis, welches sich im Inneren des oberen Teils des Lichtkegels von E befindet, kann von E aus mit einer kleineren Geschwindigkeit als c erreicht werden. Das ist leicht einzusehen. Verbinden wir E mit einem solchen Ereignis F, so hat diese Gerade eine größere Steigung als der Lichtkegel (nächste Abbildung Mitte). Die Geschwindigkeit, mit der man von E nach F kommt, ist also kleiner als c . Jedes Ereignis innerhalb des oberen Teils des Lichtkegels von E kann also Informationen bzw. Nachrichten von E erhalten. Jedes Ereignis innerhalb des oberen Teils des Lichtkegels kann auf die Nachrichten von E reagieren, je nachdem, welche Nachricht man dort von E erhält. Man sagt deshalb, jedes Ereignis innerhalb des oberen Teils des Lichtkegels von E kann von E kausal beeinflusst werden.

Jedes andere Ereignis der oberen Halbebene könnte man nur mit einer größeren Geschwindigkeit als c erreichen (nächste Abbildung rechts). **Das geht aber nicht.** Das heißt, diese Ereignisse nehmen gar keine Notiz von E, sie können gar nicht wissen, was sich dort abspielt. Was auch immer sich bei E ereignet, es hat keinerlei Einfluss auf die Ereignisse außerhalb des oberen Teils des Lichtkegels von E. Man sagt deshalb, jedes Ereignis außerhalb des oberen Teils des Lichtkegels von E kann von E kausal nicht beeinflusst werden.



Das Innere des unteren Teils des Lichtkegels von E hat eine ähnliche Bedeutung wie der obere. In ihm sind alle Ereignisse enthalten, die E kausal beeinflussen können. Alle Ereignisse außerhalb des unteren Teils des Lichtkegels von E können E nicht kausal beeinflussen.

Betrachten wir noch einmal den Lichtkegel von E. Jedes Ereignis im Inneren des oberen Teils dieses Lichtkegels hat eine größere t -Koordinate als E. Es findet also im System S später statt als E. Es findet aber auch in jedem anderen System S' später statt als E. Das ist leicht zu sehen. Die x' -Achse jedes Systems S' verläuft unterhalb des Lichtkegels (nächste Abbildung). Dadurch schneidet eine Parallele zur x' -Achse durch F die t' -Achse oberhalb von E. Das heißt, für jedes Ereignis im Inneren des oberen Teils des Lichtkegels von E gilt: $t' > 0$. Das bedeutet, auch in S' findet jedes Ereignis im Inneren des oberen Teils des Lichtkegels später statt als E.



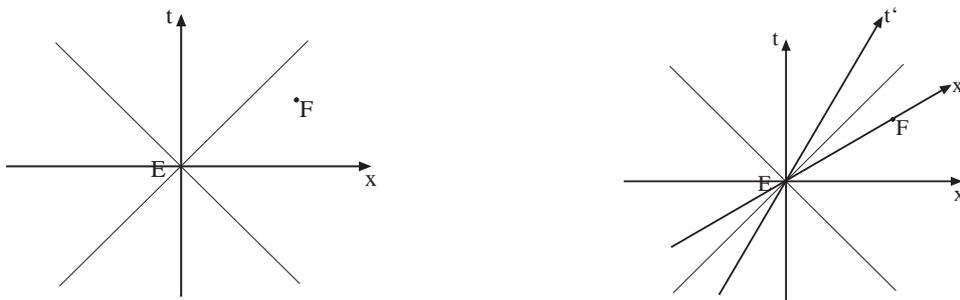
Die Aussage, dass jedes Ereignis F im Inneren des oberen Teils des Lichtkegels von E später stattfindet als E, hat eine vom Inertialsystem unabhängige, absolute Bedeutung. Mag sein, dass die Zeit, die zwischen E und F vergeht, in einem Inertialsystem länger ist als in einem anderen. Nichts desto trotz findet F in jedem Inertialsystem später statt als E.

Und das ist auch gut so. Denn damit finden alle Ereignisse, die kausal von E beeinflusst werden können, in allen Inertialsystemen später statt als E. Das bedeutet, dass in verschiedenen Inertialsystemen dieselben Kausalitäten gelten.

Nehmen wir als Beispiel für das Ereignis E: „Eine Person zündet zu einem bestimmten Zeitpunkt ein Streichholz an.“ und als Ereignis F: „Die Person zündet mit dem Streichholz zu einem (späteren) Zeitpunkt eine Zigarette an.“

In verschiedenen Inertialsystemen vergeht zwischen E (Streichholz anzünden) und F (Zigarette anzünden) verschieden viel Zeit. Aber in allen Inertialsystemen findet F (Zigarette anzünden) später statt als E (Streichholz anzünden). Niemals findet eine zeitliche Umkehrung kausal einander bedingender Ereignisse statt. Niemals steckt sich die Person die Zigarette an, bevor sie das Streichholz angezündet hat. Die Aussage, dass E F kausal beeinflusst, hat eine vom Inertialsystem unabhängige, absolute Bedeutung.

Das Innere des oberen Teils des Lichtkegels von E heißt die Zukunft von E. Sie besteht aus genau den Ereignissen, die von E kausal beeinflusst werden können. Das sind genau die Ereignisse, die in jedem System später stattfinden als E. Analog dazu heißt das Innere des unteren Teils des Lichtkegels von E die Vergangenheit von E. Sie besteht aus allen Ereignissen, die in jedem System früher stattfinden als E. Das sind genau die Ereignisse, die E kausal beeinflussen können. Bleibt das Gebiet außerhalb des Lichtkegels übrig. Kein Ereignis in diesem Gebiet wird von E kausal beeinflusst oder beeinflusst E kausal (nächste Abb. links). Für jedes Ereignis F in diesem Gebiet gibt es ein Inertialsystem S' , in dem E und F gleichzeitig stattfinden. Entsprechende Koordinatenachsen für S' sind leicht gefunden. Die Gerade, die durch E und F geht, hat eine geringere Steigung als die Weltlinien der Photonen. Diese Gerade ist die x' -Achse von S' . Da E und F beide auf dieser Gerade liegen, gilt für beide $t' = 0$. E und F finden also in S' gleichzeitig statt.

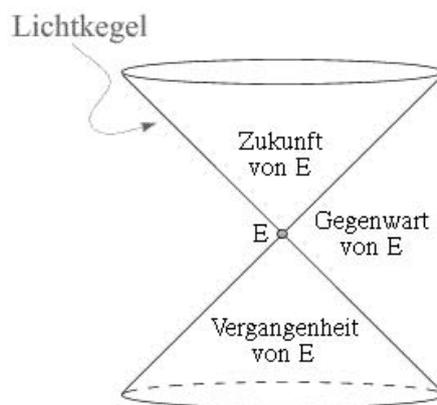


Dieses Gebiet außerhalb des Lichtkegels heißt Gegenwart von E. Für jedes Ereignis F in der Gegenwart von E gibt es ein Inertialsystem, sodass E und F **gleichzeitig** stattfinden. Es gibt aber auch Inertialsysteme, in denen F früher stattfindet als E ($t' < 0$, nächste Abbildung links), und Inertialsysteme, in denen F später stattfindet als E ($t' > 0$, nächste Abb. rechts)



Ein Ereignis F in der Gegenwart von E findet in manchen Inertialsystemen später statt als E, in manchen Inertialsystemen findet es früher statt als E und in einem Inertialsystem findet es gleichzeitig mit E statt. Dies kehrt aber keine Kausalitäten um, da E und F einander nicht kausal beeinflussen können.

Der Lichtkegel von E teilt die Raumzeit in drei disjunkte (einander nicht überschneidende) Gebiete: die Vergangenheit von E, die Zukunft von E und die Gegenwart von E (nächste Abbildung¹). Diese Einteilung ist vom Inertialsystem unabhängig. Sie hat eine absolute Bedeutung.



¹ Quelle: <http://www.ap.univie.ac.at/users/fe/SRT/Geometrie2.gif>