Uhren im Gravitationsfeld

Nach der Allgemeinen Relativitätstheorie verursachen Massen eine Veränderung der Geometrie der Raumzeit (die Raumzeit wird gekrümmt). Unter „Geometrie der Raumzeit“ sind dabei die Beziehungen von Längen und Zeiten gemeint, ganz analog wie das Wort „Geometrie“ üblicherweise in Bezug auf Längen verwendet wird.

Eine der Arten, wie sich die veränderte Geometrie der Raumzeit in der Nähe einer schweren Masse (z. B. einem Stern) offenbart, betrifft den Gangunterschied von Uhren: Eine Uhr, die sich näher beim Stern (also tiefer in seinem Gravitationsfeld) befindet als eine andere, geht langsamer als diese! Es ist allerdings nicht ganz leicht, sich vorzustellen, wie dieser Effekt gemessen werden kann. Dazu gibt es prinzipiell drei Möglichkeiten:

- Ein Beobachter in der Nähe des Sterns beobachtet (durch Lichtsignale) eine Uhr, die sich weiter weg befindet. In seinen Beobachtungen geht die andere Uhr zu *schnell*.
- Ein Beobachter, der sich weit weg vom Stern befindet, beobachtet (durch Lichtsignale) eine Uhr, die näher am Stern platziert ist. In seinen Beobachtungen geht die andere Uhr zu *langsam*.
- Zwei Uhren werden synchronisiert und dann (langsam) voneinander getrennt. Die eine wird in der Nähe eines Sterns aufbewahrt, die andere weiter weg. Nach vielen Jahren werden sie wieder (langsam) an den gleichen Ort gebracht und miteinander verglichen. Jene Uhr, die in der Nähe des Sterns war, zeigt eine kleinere Zeitspanne an.

Mathematisch ist der Faktor, um den sich die Ganggeschwindigkeit einer in der Entfernung r vom Sternmittelpunkt platzierten Uhr von einer unterscheidet, die sich weit weg entfernt befindet, durch den Ausdruck

$$\sqrt{1-\frac{2GM}{c^2\,r}}$$

gegeben, wobei M die Masse des Sterns, G die Gravitationskonstante und c die Lichtgeschwindigkeit ist. Rückt die eine Uhr bis auf

$$r=\frac{2GM}{c^2}$$

an den Stern heran, so wird der Effekt unendlich groß. Diese Größe heißt Schwarzschildradius. Ein Stern, der so klein geworden ist, kollabiert und wird zu einem Schwarzen Loch. Der Schwarzschildradius markiert dann seinen „Horizont“, an dem die Zeit – wenn sie von außen beobachtet wird – stehen bleibt.

Nachbemerkung für alle, die es genau wissen wollen: Die Größe r in der obigen Formel ist genau genommen *nicht* die Entfernung von der Uhr bis zum Mittelpunkt. Ein Versuch, einen solchen Radialabstand zu messen, würde durch ein Raumgebiet starker Krümmung führen, und das Resultat würde von der Beschaffenheit des Sterns abhängen. Stattdessen benutzt man den Umfang u eines zum Stern konzentrischen Kreises im gleichen Abstand wie die Uhr und setzt $r = u/(2\pi)$.

Mehr Informationen dazu gibt es auf der Website
http://www.ap.univie.ac.at/users/fe/Rel/artUhren/start.html.