

Negative Zahlen – Multiplizieren und Dividieren

Filmkommentar

Negative Zahlen kann man miteinander mal nehmen und auch teilen.

Aber – wie funktioniert das eigentlich?

Wie multiplizieren wir zum Beispiel (-3) mit 2?

Dazu schauen wir uns die Zahlengerade an.

Hier stellen wir die (-3) als Pfeil von der 0 bis zur (-3) dar.

Jetzt wollen wir die (-3) aber nicht mal eins, sondern mal zwei nehmen.

Wir setzen also den Pfeil, der der (-3) entspricht noch einmal dahinter und sehen uns an, wo wir landen.

(-3) mal 2 ergibt also (-6).

Und wenn wir die Faktoren, also die beiden Zahlen, vertauschen? Also 2 mal (-3) rechnen wollen?

Bei der Multiplikation dürfen wir Faktoren vertauschen und erhalten trotzdem dasselbe Ergebnis. Das ist das **Kommutativgesetz**. Also ergibt 2 mal (-3) auch (-6).

In unserer Pfeildarstellung sieht das so aus: Wir stellen die Zahl 2 als Pfeil dar.

Wir wissen, dass wir die 2 (-3)-mal nehmen müssen, um zur (-6) zu gelangen. Wie kann das funktionieren?

Wichtig dafür ist: Das Minuszeichen sorgt für eine Spiegelung unseres Pfeiles an der 0.

Den gespiegelten Pfeil legen wir dann dreimal hintereinander.

Wir merken uns: Bei der Multiplikation mit einer positiven Zahl müssen wir den Pfeil so oft hintereinanderlegen, wie die Zahl uns angibt.

Multiplizieren wir mit einer negativen Zahl, spiegeln wir zusätzlich an der 0.

Lasst uns nun zwei negative Zahlen miteinander multiplizieren.

Zum Beispiel von der Rechnung (-3) mal (-2) .

Wir zeichnen wieder einen Pfeil von der 0 zur (-3) .

Jetzt wollen wir diesen (-2) -mal nehmen. Wir müssen den Pfeil also erst an der 0 spiegeln und dann zweimal hintereinanderlegen. Als Ergebnis erhalten wir $(+6)$.

Das können wir auch mit allen anderen Zahlen machen. Dabei erhalten wir bei der Multiplikation von zwei negativen Zahlen immer eine Positive.

Die Vorzeichen aller möglichen Multiplikationen tragen wir in eine Tabelle ein.

Dabei ergibt:

Minus mal Minus Plus.

Minus mal Plus ergibt Minus.

Plus mal Minus ergibt Minus.

Und Plus mal Plus ergibt Plus.

Mit dieser **Vorzeichentabelle** kommen wir ganz schnell auf das richtige Vorzeichen bei einer Multiplikationsaufgabe; zum Beispiel (-4) mal (3) .

Wir multiplizieren die Beträge beider Zahlen, also 4 mal 3 . Das ergibt 12 . Und dann setzen wir das Vorzeichen aus der Tabelle vor das Ergebnis. Heraus kommt also (-12) .

Nun wissen wir, wie wir negative Zahlen multiplizieren können.

Doch wie teilt man negative Zahlen?

Multiplizieren wir (-3) mit (-5) erhalten wir $(+15)$.

Wollen wir nun eine Division durchführen, drehen wir die Multiplikation um: Wir teilen also $(+15)$ durch (-5) .

Wie das **Kreisschema** zeigt, landen wir wieder bei der (-3) .

Da die Division die Umkehrung der Multiplikation ist, sieht die Vorzeichentabelle für beide gleich aus. Lediglich das „Malzeichen“ wird durch ein „Geteiltzeichen“ ersetzt.

Bei einer Divisionsaufgabe werden also die Beträge der Zahlen dividiert. Dann wird mithilfe der Tabelle das Vorzeichen des Ergebnisses gesetzt.

In diesem Fall rechnen wir also $15 : 5$. Das ergibt 3. Anschließend entnehmen wir das Vorzeichen aus der Tabelle. Das Ergebnis lautet dann: Plus 3.

Negative Zahlen begegnen uns in vielen Situationen. Nun wissen wir, dass wir mit ihnen rechnen können.